UDK 336.763.1 (497.6 Republika Srpska) PREGLEDNI RAD

Mr Branimir D. Moćić*

Predviđanje varijabiliteta berzanskog indeksa Republike Srpske — BIRS-a

Rezime

U okviru ovog rada razmatrani su teorijsko-empirijski aspekti predviđanja varijabiliteta berzanskog indeksa Republike Srpske (BIRS) na osnovu modela autoregresivne uslovne heteroskedastičnosti (engl. GARCH). Ono što razlikuje ovaj rad u odnosu na dosadašnja istraživanja finansijskog tržišta Republike Srpske, koja su u velikoj mjeri deskriptivnog karaktera, jeste njegov kvantitativni karakter koji korišćenjem statističkih testova i ekonometrijskih modela pruža praktičnu osnovu individualnim i institucionalnim investitorima te ostalim zainteresovanim stranama za aktivno učešće na njemu, i empirijski verifikovane činjenice vezane za osobine ovog tržišta.

Ključne riječi: *varijabilitet, berzanski indeks Republike Srpske, GARCH model.*

UVOD

Modeliranje strukture kovarijansi prinosa imovine od velike je važnosti za investitore koji ulažu svoja sredstva na finansijskim tržištima. Predviđanje varijabiliteta finansijskog tržišta, takođe, izuzetno je važno za državu, ali i za ekonomiste koji se bave istraživanjima u oblasti finansijske ekonomije. Ova konstatacija razumljiva je ako se ima u vidu činjenica da teorija izbora portfolija pokušava da izvede optimalne portfolije kao funkciju varijansi i kovarijansi prinosa imovine, te da modeli vrednovanja imovine ukazuju na to da upravo investitor može biti nagrađen samo za preuzimanje sistematskog rizika definisanog kao kovarijansa između investitorovog i tržišnog portfolija. Takođe, mnoge formule za vrednovanje opcija i drugih derivativnih instrumenata izražene su u jedinicama volatilnosti odgovarajuće imovine. Zbog svega navedenog, modeliranje varijabiliteta ima izuzetnu važnost u finansijskoj ekonomiji.

U okviru ovog rada biće razmatrani teorijsko-empirijski aspekti predviđanja varijabiliteta berzanskog indeksa Republike Srpske (BIRS). Ovaj berzanski indeks konstruisan je sa ciljem da se na najreprezentativniji način obuhvate kretanja na finansijskom tržištu Republike Srpske i u tom smislu osnovni cilj ovog rada je da se na sveobuhvatan način izvrši analiza i predviđanje oscilacija korišćenjem savremenih statističko-ekonometrijskih metoda na ovom finansijskom tržištu. Ono što razlikuje ovaj rad u odnosu na dosadašnja istraživanja finansijskog tržišta Republike Srpske, koja su u velikoj mjeri deskriptivnog karaktera, jeste njegov kvantitativni karakter koji korišćenjem statističkih testova i ekonometrijskih modela pruža praktičnu osnovu individualnim i institucionalnim investitorima te ostalim zainteresovanim stranama za aktivno učešće na njemu, i empirijski verifikovane činjenice vezane za osobine ovog tržišta. Razlog za to leži u činjenici da su empirijska istraživanja u finansijskoj ekonomiji u velikoj mjeri zasnovana na vremenskim serijama[1] koje se posmatraju kao realizacija stohastičkog procesa. Ovakav pristup posmatranju vremenskih serija dozvoljava upotrebu statističkih zaključaka prilikom konstruisanja i testiranja relacija koje opisuju odnose između ekonomskih varijabli i u tom smislu, rezultati do kojih se došlo u ovom radu mogu da pomognu kako postojećim tako i potencijalnim investitorima i na taj način doprinesu efikasnijem funkcionisanju finansijskog tržišta Republike Srpske.

1. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Imajući u vidu da je cilj rada predviđanje varijabiliteta BIRS, u radu će biti izvršena statističko-ekonometrijska analiza vremenske serije podataka navedenog indeksa. U tom smislu, prije izlaganja koja se odnose na metodologiju korišćenu u okviru rada, korisno bi bilo navesti neke od uobičajenih karakteristika finansijskih vremenskih serija i na egzaktan način uporediti ove „očekivane“ osobine sa onima imanentnim za vremensku seriju BIRS.

Dvije osnovne osobine finansijskih vremenskih serija su nestacionarnost i promjenljivost volatilnosti tokom vremena. Nestacionarnost je osobina koja se ispoljava kao nepostojanje jasne tendencije povratka ka konstantnoj vrijednosti. Matematički, to znači da prvi i drugi moment serije nisu nezavisni od vremena[2]. Statistički zaključci koji se donose na osnovu nestacionarnih serija nisu validni s obzirom

* Šipad Doboj a.d.; e-mail: branimirmocic@gmail.com

1 U ovom slučaju, vremenske serije berzanskog indeksa Republike Srpske (BIRS).

2 Bollerslev, T., Andersen, T., Diebold, F., Christofsen, P. (2005), *Practical volatility and correlation modeling for market risk management*, PIER working paper No. 05-007, str. 2.

na to da dolazi do prividne regresije koja ukazuje na pozitivnu korelaciju između dva nezavisna procesa. Zbog toga je prije upotrebe statističkih testova i donošenja određenih zaključaka neophodno provjeriti red integrisanosti, odnosno stacionarnost vremenske serije[3]. Stacionarnost je svojstvo vremenske serije čije se kretanje tokom vremena odvija po ustaljenom obrascu u smislu nepromjenljivosti srednje vrijednosti i varijanse[4]. Druga standardna karakteristika finansijskih vremenskih serija vezana je za volatilnost prinosa koja je važna karakteristika finansijske imovine i ključno pitanje za istraživače u finansijskoj ekonomiji i analizi finansijskih tržišta. Sve do osamdesetih godina prošlog vjeka istraživači i učesnici na finansijskim tržištima koristili su modele u kojima je podrazumjevano da je volatilnost prinosa konstantna tokom vremena. Međutim, empirijski je potvrđeno da volatilnost može značajno da varira tokom vremena. Osobina vremenskih serija da se volatilnost serije mijenja tokom vremena naziva se heteroskedastičnost. Pored navedenih karakteristika, vremenske serije prinosa karakteristične su i po grupisanju varijabiliteta koji se može definisati kao kretanje pri kome su velike promjene praćene velikim promjenama i kretanje pri kome su male promjene praćene malim promjenama. U oba slučaja, promjene iz jednog perioda u drugi su najčešće nepredvidivog predznaka. Velike promjene, bilo pozitivnog ili negativnog predznaka, postaju dio informacionog skupa koji se koristi za predviđanje rasporeda varijanse budućeg perioda. U tom smislu, velikim šokovima oba predznaka je dozvoljeno da postoje i na taj način utiču na predviđanje volatilnosti budućih perioda. Takođe, rasporedi vjerovatnoće prinosa imovine najčešće ispoljavaju veća "zadebljanja" krajeva distribucije u odnosu na krajeve distribucije definisane normalnim rasporedom. Ovaj fenomen "zadebljanja" krajeva distribucije poznat je kao izražena spljoštenost krajeva rasporeda. Grupisanje volatilnosti kao tip heteroskedastičnosti u manjoj mjeri objašnjava izraženu spljoštenost rasporeda vjerovatnoće finansijskih serija podataka[5]. Vremenske serije finansijskih podataka karakteristične su još i po ispoljavanju efekata „leveridža". Ovaj efekat manifestuje se kao negativna korelacija između serije prinosa i promjena u volatilnosti određene imovine. Najčešće je ovaj efekat prisutan kod serije prinosa akcija, dok za razliku od akcija najčešće nije prisutan kod deviznih kurseva.

Imajući u vidu navedene standardne osobine vremenskih serija finansijskih podataka, istraživanje u okviru rada izvršeno je u tri faze. Prvo su izvršena preliminarna istraživanja sa ciljem da se prikažu deskriptivni statistički podaci i utvrdi stepen integrisanosti serije podataka BIRS, te pronađu dokazi na osnovu kojih bi se jasno mogla potvrditi adekvatnost korišćenja modela autoregresivnih pokretnih sredina i modela uslovne varijanse. Rezultati preliminarnog istraživanja prezentovani su u dijelu rada koji se odnosi na analizirane podatke. Nakon toga izvršeno je izračunavanje i predviđanje vrijednosti određenih parametara pomoću statističko-ekonometrijskih modela. Treća faza istraživanja odnosi se na ispitivanje statističke značajnosti parametara modela i analizu mjera na osnovu kojih je izvršeno poređenje performansi predviđanja.

Rezultati do kojih se došlo u ovom radu dobijeni su upotrebom softverskih paketa „MathWokrs – MatLab 7.8.0 (R2009a)" i „Quantitative Micro Software – EViews 6.0". Preliminarna istraživanja podataka usmjerena su na utvrđivanje deskriptivnih karakteristika vremenske serije vrijednosti i mjera centralne tendencije, disperzije i oblika rasporeda prinosa BIRS-a. Analiza u okviru rada je izvršena na osnovu logaritamskih prinosa ili prinosa sa kontinualnim ukamaćivanjem. Logaritamski prinos u vremenskom trenutku t, označen kao r_t računa se prema sljedećoj formuli:

$$r_t = ln\frac{P_t}{P_{t-1}} = lnP_t - lnP_{t-1},$$

gdje su P_t i P_{t-1} vrijednosti indeksa na zatvaranju radnog dana t i t-1 respektivno.

1.1. Uslovna varijansa

Istraživanja o volatilnosti u modelima, inicirana od strane Roberta Engela tokom osamdesetih godina prošlog vjeka, donijela su novi način razmišljanja o volatilnosti vremenskih serija za koje se do tada smatralo da imaju konstantnu varijabilnost tokom vremena. Robert Engel, dobitnik Nobelove nagrade za ekonomiju 2003. godine, razvio je koncept poznat pod nazivom autoregresivna uslovna heteroskedastičnost (Autoregressive conditional heteroskedasticity - ARCH). Za razliku od konvencionalnih ekonometrijskih modela i modela vremenskih serija koji podrazumevaju nepromjenljivu varijansu slučajne greške, ARCH modeli predstavljeni radom Engela (1982) dozvoljavaju da se uslovna varijansa mijenja tokom vremena[6]. Navedeni modeli jasno prepoznaju razliku između uslovne i neuslovne varijanse na taj način što dozvoljavaju da se uslovna varijansa mjenja tokom vremena kao funkcija prošlih grešaka, ostavljajući neuslovnu varijansu konstantnom[7]. Nedugo nakon publikovanja Engelovog rada, Tim Bolerslev predstavio je napredniji model uslovne varijanse koji je nazvao Generalizovana autoregresivna uslovna heteroskedastičnost (GARCH). U odnosu na Engelov ARCH model, GARCH model predstavlja korisnu tehničku inovaciju koja dozvoljava jednostavniju specifikaciju koja u formi osnovnog modela sadrži samo tri parametra. Uopšteno gledano, uslovna varijansa slučajnih grešaka može se izraziti kao:

$$Var_{t-1}(y_t) = E_{t-1}(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2.$$

1.2. GARCH model

GARCH model razvijen je od strane Tima Bolersleva 1986. godine. Osnovna osobina GARCH modela jeste da on pravi razliku između uslovne i neuslovne varijanse reziduala ε_t. Naziv „uslovna", eksplicitno ukazuje na zavisnost od sekvence istorijskih podataka, dok naziv „neuslovna" ukazuje na dugoročnu tendenciju koja opisuje ponašanje vremenske serije koja ne zavisi od istorijskih informacija. GARCH modeli dizajnirani su tako da obuhvate određene karakteristike koje su najčešće vezane za vremenske serije finansijskih podataka. Ukoliko je vremenska serija podataka tretirana kao sekvenca slučajnih opservacija, ova slučajno izabrana sekvenca ili stohastički proces može u određenom stepenu da iskazuje kvantitativno slaganje između uzastopnih opservacija. Na taj način se struktura korelacija može iskoristiti za predviđanje budućih vrijednosti procesa baziranog na istorijskim vrijednostima opservacija. Upotrebom korelacione strukture vrši se dekomponovanje vremenske serije na determinističku komponentu (npr. predviđanje) i slučajnu komponentu (npr. grešku ili neizvjesnost povezanu sa predviđanjem). Prilikom modeliranja vremenskih serija uobičajeno se pretpostavlja da su greške predviđanja (reziduali) normalno raspoređene sa sredinom nula i da nisu

3 Ogroman napredak istraživanjima u ovoj oblasti dao je Kliv Grendžer, koji je predstavio koncept kointegracije. On je definisao koncept reda integracije promjenljive koji glasi: ukoliko slučajna promjenljiva x može postati približno stacionarna diferenciranjem d puta, onda za nju kažemo da je promjenljiva d reda integracije ili I(d). U tom smislu, logaritamski serija prinosa vremenske serije finansijskih podataka je diferencijacija prvog reda ili I(1).

4 Mladenović, Z., Nojković, A. (2008), *Analiza vremenskih serija: primeri iz srpske privrede*, Ekonomski fakultet Beograd, str. 23.

5 Bollerslev, T., Andersen, T., Diebold, F. (2002), *Parametric and non parametric volatility measurements*, PIER working paper No. 02-019, str. 12.

6 Bollerslev, T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,* Journal of Econometrics, Vol. 31, 1986, str. 307–327, str 1.

7 Isto, str. 1.

međusobno korelisane iz jednog perioda u drugi. Iako su uzastopni reziduali međusobno nekorelisani, oni nisu međusobno nezavisni[8]. Naprotiv, eksplicitno definisan mehanizam stvaranja reziduala (ε_t) GARCH modelom je:

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t ,$$

gdje je σ_t uslovna varijansa a z_t standardizovana, nezavisna identično raspoređena promjenljiva izvedena iz određene distribucije vjerovatnoće. Navedena jednačina ukazuje na to da proces stvaranja inovacija GARCH modelom uzastopno iznova procjenjuje identično raspoređenu z_t, na isti način kao što uslovna varijansa uključuje serijsku zavisnost u jednačini za uslovnu varijansu. Ekvivalentno tome, takođe potvrđuje da su standardizovane slučajne greške GARCH modela ε_t/σ_t same slučajna promjenljiva z_t.[9] GARCH modeli su takođe konzistentni sa različitim formama teorije efikasnosti tržišta, koje naglašavaju da posmatranje prinosa u prošlosti ne može obezbijediti adekvatno predviđanje budućih prinosa. S obzirom na to da su slučajne greške generisane ovim modelom serijski nekorelisane, GARCH modeli nisu u suprotnosti sa teorijom efikasnosti tržišta. Opšti GARCH (p,q) model uslovne varijanse glasi:

$$\sigma_t^2 = k + \sum_{i=1}^{p} G_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} A_j \varepsilon_{t-j}^2,$$

uz ograničenje:

$$\sum_{i=1}^{p} G_i + \sum_{j=1}^{q} A_j < 1 \; i$$

$$k > 0,\; G_i \geq 0, A_j \geq 0, za\; i = 1 \dots P \;\; i \;\; j = 1 \dots Q.$$

Najjednostavniji i najčešće korišćeni GARCH model predstavlja model GARCH (1,1) koji ima sljedeći oblik:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2.$$

Parametar σ_t^2 naziva se uslovna varijansa, s obzirom na to da predstavlja proračun varijanse za jedan period unaprijed koji je baziran na relevantnoj informaciji iz prošlosti. Korišćenje GARCH modela omogućava da se tekuća prilagođena varijansa interpretira kao ponderisana funkcija dugoročne varijanse, reprezentovane u članu α_0, informacije o volatilnosti tokom prethodnog perioda $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ i modelom izračunate varijansi tokom prethodnog perioda $\beta \sigma_{t-1}^2$. Razlog zašto je GARCH model daleko više u upotrebi od ARCH modela leži u činjenici da GARCH model sadrži mali broj parametara. Posljedica toga jeste manja vjerovatnoća da će ovaj model narušiti ograničenja o nenegativnosti[10]. Jednostavnost modela najlakše se može predstaviti ukoliko se u jednačini za uslovnu varijansu modela GARCH (1,1) od vremenskih supskripta oduzme 1, tako da se dobije sljedeći izraz:

$$\sigma_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2,$$

te ponovnim oduzimanjem 1 od supskripta dobijemo izraz:

$$\sigma_{t-2}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-3}^2 + \beta \sigma_{t-3}^2.$$

Zamjenom jednačine za t-1 period u jednačinu varijanse za tekući period dobija se:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \alpha_0 + \beta \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2 \sigma_{t-2}^2$$

Ukoliko se sada u prethodnu jednačinu uvrsti vrijednost varijanse za t-2 perioda dobija se:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \alpha_0 + \beta \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-3}^2 + \beta \sigma_{t-3}^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2) + \beta^3 \sigma_{t-3}^2$$

Neograničen broj zamjena ove vrste uslovio bi da prethodna jednačina ima sljedeći oblik:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2 + \cdots) + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \cdots) + \beta^\infty \sigma_0^2$$

Prvi izraz u zagradi prethodne jednačine predstavlja konstantu, dok izraz β^∞ teži nuli kada broj opservacija teži beskonačnosti. Kao rezultat navedenog, model GARCH (1,1) se može napisati kao:

$$\sigma_t^2 = y_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 (1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \cdots) = y_0 + y_1 \varepsilon_{t-1}^2 + y_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots,$$

što predstavlja ARCH model ograničenog, konačnog reda. Zbog toga je GARCH (1,1) jednostavan model koji sadrži samo tri parametra u jednačini uslovne varijanse te na taj način dozvoljava samo ograničenom broju kvadriranih prošlih grešaka da utiču na tekuću uslovnu varijansu. Uopšteno rečeno, GARCH (1,1) model će biti dovoljan za obuhvatanje grupisanja volatilnosti u vremenskim serijama podataka, imajući u vidu da u mnogim slučajevima ovaj model ne može biti odbačen kao neadekvatan u korist nekoga od GARCH (p,q) modela višeg reda[11].

Neuslovna varijansa, koja se za razliku od uslovne varijanse ne mijenja sa protekom vremena, definisana je prema modelu GARCH (1,1) kao:

$$var(\varepsilon_t) = \mathrm{v_d} = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha + \beta)},$$

pod uslovom da je $(\alpha + \beta) < 1$. Ukoliko je zbir koeficijenata α i β veći od jedan, neuslovna varijansa nije definisana i u tom slučaju se kaže da postoji „nestacionarnost u varijansi". Situacija u kojoj je

[8] Engle, R.F., Mc Fadden, D.L. (1994), *Handbook of Econometrics*, Elsevier Science B.V, vol. IV ch. 49, str. 2967.
[9] Isto, str. 2967.
[10] Brooks, C. (2008), *Introductory to Econometrics for Finance*, New York, Cambridge University Press, str. 393.
[11] Isto, str. 394.

zbir koeficijenata jedan nazivamo „jedinični korijen u varijansi“ ili IGARCH (Integrated GARCH). Nestacionarnost varijanse je nepoželjna osobina, s obzirom na to da može imati negativne poslijedice na rezultate predviđanja buduće varijanse modelom. Za stacionaran GARCH model, predviđene vrijednosti uslovne varijanse imaju tendenciju kretanja ka dugoročnoj prosječnoj vrijednosti varijanse sa povećanjem broja perioda za koji se vrši predviđanje. Ova osobina konvergencije nije karakteristična za IGARCH proces, dok u slučaju gdje je $(\alpha+\beta)<1$, predviđena uslovna varijansa teži beskonačnosti sa povećanjem broja perioda predviđanja. Imajući u vidu da GARCH model nije linearan, metod najmanjih kvadrata ne može biti korišćen za izračunavanje parametara ovog modela. Osnovni razlog koji objašnjava prethodno navedenu činjenicu jeste da metod najmanjih kvadrata minimizira sumu kvadrata reziduala koja zavisi samo od parametara u jednačini uslovne sredine, a ne uslovne varijanse[12]. Za izračunavanje parametara GARCH modela koristi se metod maksimalne vjerodostojnosti (Maximum likelihood). Uopšteno rečeno metod pronalazi najvjerodostojnije vrijednosti parametara za postojeće podatke, odnosno vrijednosti parametara koje će maksimizirati logaritamsku funkciju:

$$L=-\frac{T}{2}\log(2\pi)-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\log(\sigma_t^2)-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu-y_{t-1})/\sigma_t^2.$$

1.3. Predviđanje varijabiliteta modelom

Predviđanje uslovne varijanse GARCH modelom izvršeno je na osnovu jednačina prezentovanih u nastavku rada i vrši se na dnevnoj bazi s obzirom na to da je analiza bazirana na dnevnim podacima. Postoje dva metoda predviđanja, statički i dinamički. Statičkim metodom se na osnovu prilagođenog modela uzastopno predviđa vrijednost dnevnog varijabiliteta, pri čemu se uzorak prilagođava za stvarne realizovane vrijednosti za svaki dan predviđanja. Dinamičkim metodom, varijabilitet se predviđa na način da prilagođeni GARCH model za svaki naredni period u okviru intervala previđanja polazi od modelom predviđene vrijednosti varijabiliteta, tako da predviđena buduća varijansa teži ka dugoročnoj neuslovnoj varijansi kako se povećava broj perioda predviđanja, obrazujući opadajuću konveksnu krivu ili rastuću konkavnu krivu u zavisnosti od vrijednosti varijanse u trenutku t i dugoročne varijanse predviđene modelom. U okviru ovog rada primijenjen je samo statički model predviđanja i na osnovu ovog metoda predviđena je varijansa indeksa BIRS za 15 radnih dana u periodu od 18.07.2011. godine do 05.08.2011. godine. Na osnovu informacija raspoloživih u vremenskom trenutku t, prema modelu GARCH (1,1) uslovna varijansa za sljedeći dan (t+1), računa se kao:

$$\sigma_{t+1}^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_t^2+\beta\sigma_t^2=(1-\alpha_1-\beta_1)\mathrm{v_d}+\alpha_1\varepsilon_t^2+\beta\sigma_t^2$$

gdje su vrijednosti ε_t^2 i σ_t^2 poznate na dan t. Za drugi period predviđanje se vrši daljom zamjenom vrijednosti u jednačinu modela tako da se predviđanje za dva i tri perioda unaprijed računa kao:

$$\sigma_{t+2}^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t+1}^2+\beta_1\sigma_{t+1}^2,$$

$$\sigma_{t+3}^2=\alpha_0+\alpha_1\varepsilon_{t+2}^2+\beta_1\sigma_{t+2}^2.$$

Prilikom predviđanja uslovne varijanse, pretpostavljeno je da $\varepsilon_t^2=\sigma_t^2\epsilon_t^2$, gdje je ϵ_t^2 sekvenca standardizovane nezavisne i identično raspoređene slučajne promjenljive sa sredinom 0 i standardnom devijacijom 1. Kao rezultat navedenog slijedi da je $E(\varepsilon_t^2)=\sigma_t^2$. Jednačina uslovne varijanse je rekurzivna jednačina sa nivoom rekurzije vd i stopom povratka od $1-\alpha_1-\beta_1$.[13]

Analiza u radu je strukturirana tako da postupku predviđanja varijabiliteta prethodi provjera eksplanatorne sposobnosti upotrijebljenih modela, a nakon predviđanja vrijednosti varijabiliteta analiza se nastavlja poređenjem predviđenih pojedinačnih vrijednosti sa realizovanim vrijednostima varijanse, na osnovu čega se provjerava sposobnost modela za predviđanje iste. Realizovane vrijednosti dnevne varijanse definisane su kao kvadrirane dnevne vrijednosti ostvarenih prinosa. Preciznost modela za predviđanje varijanse izvan uzorka, tj. od 18.07.2011. god. do 05.08.2011. god. izračunata je na osnovu tri mjere odstupanja:

- korijen prosječnog kvadratnog odstupanja (KPKO)
- srednje apsolutno odstupanje (SAO),
- tijlov koeficijent nejednakosti (TKN).

Korijen prosječnog kvadratnog odstupanja definisan je prema sljedećoj formuli:

$$KPKO=\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}(\hat{\sigma}_i^2-\sigma_i^2)^2},$$

gdje $\hat{\sigma}_i^2$ predstavlja predviđenu varijansu za jedan period unaprijed, a σ_i^2 realizovanu varijansu za taj period. Ukupan broj perioda za koji se vrši predviđanje jednak je parametru T. Srednje apsolutno odstupanje računa se prema sljedećoj formuli:

$$SAO=\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}\left|\hat{\sigma}_i^2-\sigma_i^2\right|.$$

Na osnovu srednjeg apsolutnog odstupanja izračunava se prosječna veličina odstupanja grešaka u skupu predviđenih vrijednosti, pri čemu se ne uzima u obzir smjer odstupanja. Sva pojedinačna odstupanja prilikom izračunavanja ove mjere imaju jednake pondere. Zbog toga će vrijednosti KPKO za odeđeni skup uvjek biti veća ili jednaka vrijednosti SAO. Imajući u vidu da se na osnovu prezentovanih mjera izračunava odstupanje predviđenih od realizovanih vrijednosti, manje vrijednosti ovih pokazatelja ukazuju na efikasnije predviđanje varijanse. Tijlov koeficijent nejednakosti računa se prema sljedećoj formuli:

$$TKN=\frac{\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}(\hat{\sigma}_i^2-\sigma_i^2)^2}}{\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}(\hat{\sigma}_i^2)^2}+\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}(\sigma_i^2)^2}}.$$

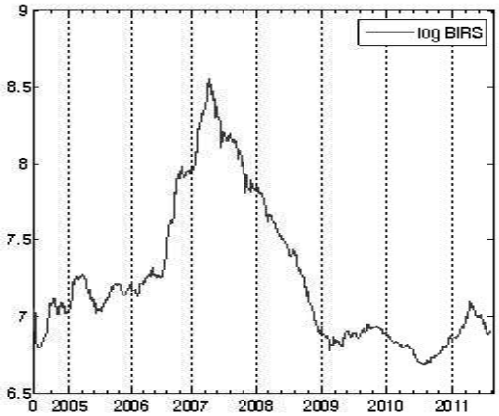
[12] Jovičić, M. (2002), *Ekonometrijski metodi*, Ekonomski fakultet, Beograd, str. 281.
[13] Hull, C.J. (2006), *Options, Futures and other Derivates*, 6th edition, Prentice Hall, New Jersey, str. 472.

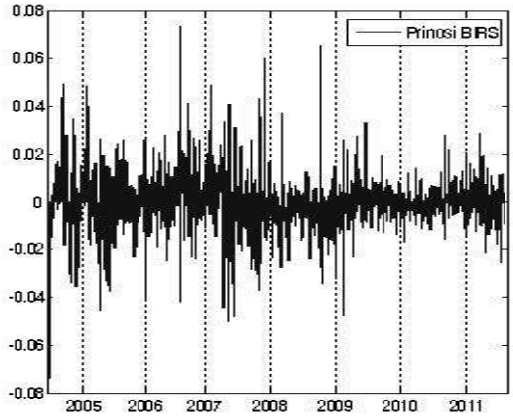
Vrijednosti ovog koeficijenta nalaze se u intervalu od 0 do 1. Ukoliko je vrijednost ovog koeficijenta 0, smatra se da je model savršeno predvidio vrijednosti varijanse. U suprotnom, veće vrijednosti ovog pokazatelja ukazivaće na neefikasnost modela u predviđanju buduće varijanse.

2. PODACI

Osnovni izvor podataka u ovom radu predstavlja vremenska serija podataka o kretanju vrijednosti berzanskog indeksa Republike Srpske (BIRS). Ovaj indeks prati kretanje tržišne kapitalizacije najlikvidnijih redovnih akcija kotiranih na Banjalučkoj berzi koje se nalaze u vlasništvu javnosti (eng. free float). U ukupan broj akcija koje se nalaze u vlasništvu javnosti (free floatu) ne uračunavaju se akcije u vlasništvu akcionara koji imaju preko 10%, ne računajući investicione fondove i kastodi račune[14]. BIRS predstavlja cjenovni indeks i maksimalno učešće pojedinačnog emitenata iznosi 25%. Početna vrijednost ovog indeksa formirana na dan 01.05.2004. godine iznosila je 1000,00 indeksnih poena. Vrijednosti ovog indeksa ne usklađuju se za isplatu dividendi u novcu. Za potrebe analize izvršene u ovom radu korišćena je vremenska serija dnevnih podataka o kretanju logaritmovanih vrijednosti indeksa BIRS u periodu od 01.05.2004. do 07.08.2011. godine, koja obuhvata 1740 opservacija[15]. Imajući u vidu činjenicu da je primarni cilj ovog rada predviđanje varijabiliteta indeksa BIRS, osnovni uzorak od 1740 opservacija podijeljen je na dva skupa, prvi skup od 1725 opservacija i drugi od 15 opservacija vrijednosti indeksa BIRS. Tačnije, podaci u periodu od 01.5.2004. godine do 15.07.2011. god. predstavljaju osnov za analizu i specifikaciju modela, dok podaci od 18.7.2011. do 05.08.2011. predstavljaju osnov za poređenje predviđenih i stvarnih vrijednosti varijabiliteta BIRS-a.

Slika 1. Kretanje logaritmovanih vrijednosti i prinosa berzanskog indeksa Republike Srpske





Testiranjem na osnovu Diki-Fulerovog testa[16] (DF test) i razmatranjem korelograma serije reziduala generisane primjenom DF testa koja ukazuje na odsustvo korelacije reziduala u okviru modela, odnosno na adekvatno definisanje testa jediničnog korijena, utvrđeno je da vremenska serija BIRS posjeduje jedinični korijen. Kritična vrijednost DF testa pri nivou značajnosti od 1% (-2,556) manja je od izračunate DF statistike (-0,1556), i na osnovu toga se zaključuje da se nulta hipoteza o postojanju jediničnog korijena u okviru serije BIRS ne može odbaciti kao netačna[17]. Da bi se uklonio jednični korijen iz vremenske serije logaritmovanih vrijednosti BIRS-a izvršeno je diferenciranje ove serije, a zatim je ponovo primijenjen postupak testiranja jediničnog korijena u okviru prve diference ove serije, odnosno serije dnevnih prinosa BIRS. Izračunata vrijednost DF statistike iznosi -30,97, što je manje od kritične vrijednosti DF testa pri nivou značajnosti od 1%. Na osnovu izloženog, pri nivou značajnosti od 1% zaključuje se da je vremenska serija prinosa BIRS stacionarna te da na osnovu dobijenih rezultata možemo izvršiti specifikaciju odgovarajućeg autoregresionog modela za prvi moment serije prinosa. Iako se u literaturi najčešće prilikom upotrebe modela GARCH prvi moment serije prinosa modelira u vidu prosječne vrijednosti, u okviru ovog rada kretanje prinosa indeksa BIRS je modelirano upotrebom autoregresiono-integrisanog modela pokretnih sredina (ARIMA[18]), kako bi se dobili što precizniji rezultati predviđanja. Imajući u vidu da su prinosi BIRS stacionarni, njihovo kretanje modelirano je na osnovu autoregresionog modela pokretnih sredina (ARMA(p,q)). Preliminarna identifikacija komponenti modela izvršena je na osnovu razmatranja korelograma prinosa, gdje su svi koeficijenti autokorelacije statistički značajni pri nivou značajnosti od 1% ukoliko se nalaze izvan intervala (±0,062).

Tabela 1. Obična i parcijalna autokorelacija prinosa BIRS

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
|** |	|** |	1	0.292	0.292	148.45	0.000
|* |	|* |	2	0.158	0.080	192.04	0.000
| |	| |	3	0.064	-0.002	199.14	0.000
| |	| |	4	0.064	0.038	206.33	0.000
| |	| |	5	0.060	0.032	212.71	0.000
| |	| |	6	0.050	0.017	217.08	0.000
|* |	| |	7	0.086	0.063	229.89	0.000
| |	| |	8	0.060	0.014	236.29	0.000
| |	| |	9	0.045	0.008	239.90	0.000
| |	| |	10	0.029	0.003	241.37	0.000

[14] Komisija za formiranje i reviziju berzanskog indeksa Republike Srpske, (2011), Metodologija za formiranje, računanje i reviziju, Banjalučka berza, str. 1.
[15] Podaci o kretanju vrijednosti indeksa BIRS preuzeti su sa sajta Banjalučke berze, www.blberza.com.
[16] U radu je primijenjena DF test statistika bez determinističkih komponenti, pošto je sekvencijalnim testiranjem utvrđeno da konstanta i trend nisu statistički značajni.
[17] Svi statističko-ekonometrijski proračuni primijenjeni u ovom radu dostupni su po zahtjevu zainteresovane strane prema autoru rada.
[18] Engleski – Autoregressive integrated moving average model – ARIMA.

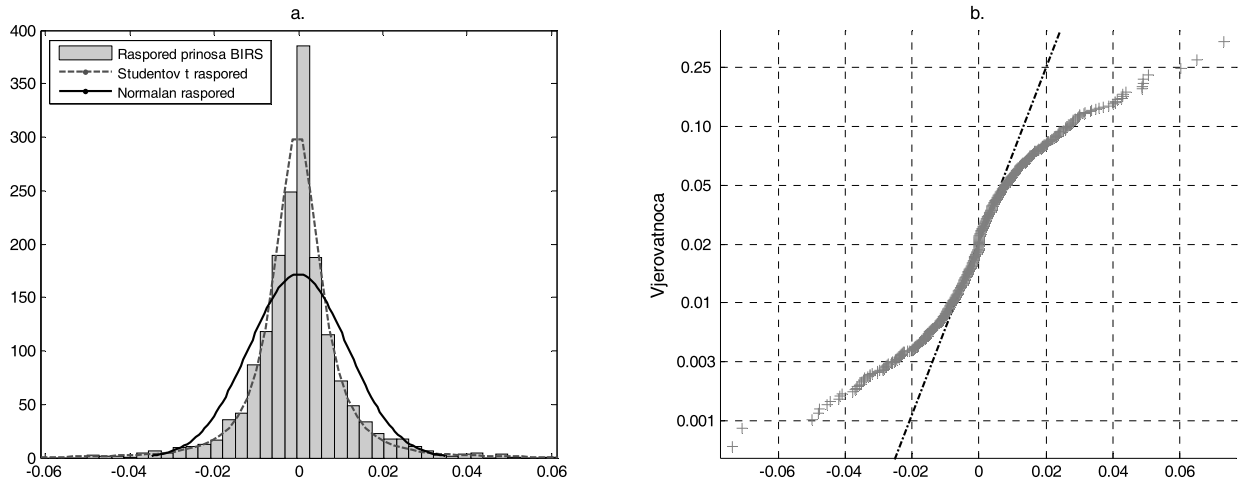
Prema rezultatima korelograma može se zaključiti da su statistički značajni koeficijenti obične i parcijalne autokorelacije za prvu i drugu docnju, te u skladu sa navedenim rezultatima, polazna specifikacija ARMA modela definisana je kao model sa autoregresionim komponentama i komponentama pokretnih sredina za prvu i drugu docnju. Deskriptivna statistika podataka koji su korišćeni u okviru rada prikazana je u narednoj tabeli.

Tabela 2. Deskriptivna statistika vrijednosti i prinosa BIRS-a

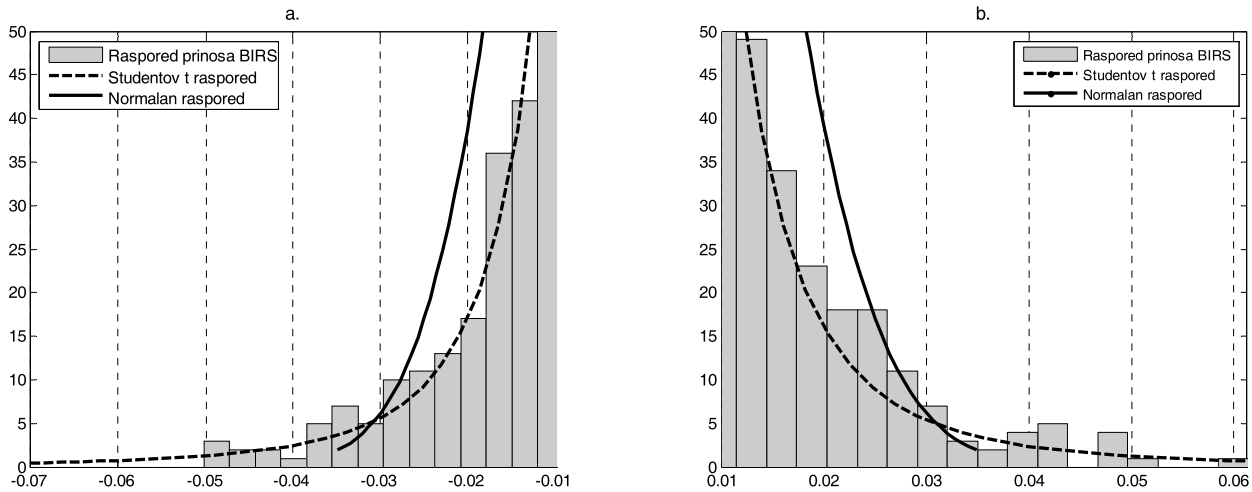
	BIRS	Prinosi BIRS
Prosjek	1603,74	-0,00000945
Medijana	1220,18	-
Maksimum	5218,18	0,073188
Minimum	801,27	-0,07374
Standardna devijacija	937,15	0,011632
Asimetričnost	1,70	0,170629
Spljoštenost	5,18	9,09
Žark-Bera	1188,40	2.696
p-vrijednost	0,000	0,000
Broj opservacija	1740	1739

Prosječan dnevni prinos indeksa u navedenom periodu bio je negativan, sa vrijednošću od 0,000945%. Dnevna istorijska standardna devijacija indeksa iznosila je 0,011632%. Maksimalan dnevni prinos imao je vrijednost od 7,31%, a gubitak 7,37%. Raspored prinosa indeksa BIRS je dosta izdužen s obzirom na to da vrijednost relativne mjere spljoštenosti indeksa od 9,09 značajno odstupa od vrijednosti 3 kao referentne za normalnu spljoštenost. Prinosi indeksa raspoređeni su umjereno asimetrično u desnu stranu, pošto je vrijednost koeficijenta asimetrije 0,17. Osobine asimetričnosti i spljoštenosti rasporeda prinosa indeksa BIRS mogu se na najlakše uočiti pogledom na sliku 2, gdje se uočava značajna devijacija rasporeda u odnosu na normalan raspored.

Slika 2. Raspored serije dnevnih prinosa (a) i vjerovatnoća normalnog rasporeda (b) prinosa BIRS-a



Slika 3. Lijevi (a) i desni kraj (b) raspodjele prinosa BIRS-a



Takođe, na osnovu grafičkog prikaza vjerovatnoće normalnog rasporeda na slici 2, panel b, i prikaza raspodjele krajeva distribucije prinosa na slici 3, može se uočiti da su krajevi distribucije indeksa značajnije "zadebljani", na šta ukazuju podaci koji značajno odstupaju od linije normalnog rasporeda na slikama 2. i 3. Prema osobinama empirijske raspodjele prinosa indeksa koje najviše odgovaraju Studentovom t

rasporedu koji posjeduje veću koncentraciju jedinične vjerovatnoće na krajevima distribucije, u radu je predviđanje varijabiliteta izvršeno uz pretpostavku da reziduali modela posjeduju upravo ovakvu raspodjelu. Pored navedene pretpostavke o rasporedu reziduala, predviđanje varijabiliteta izvršeno je i na osnovu pretpostavke o normalnom rasporedu reziduala, s obzirom na to da je GARCH model sa navedenom raspodjelom jedan od najčešće korišćenih u literaturi.

3. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

Imajući u vidu izložene karakteristike analiziranih podataka, u nastavku su izloženi rezultati modeliranja prinosa i varijabiliteta indeksa BIRS. Na osnovu statističke značajnosti pojedinačnih autokorelacionih koeficijenata, koeficijenata parcijalne autokorelacije te vrijednosti informacionih kriterijuma, određen je model autoregresionih pokretnih sredina ARMA (2,1) sa normalnim rasporedom reziduala. Struktura ovog modela prikazana je u tabeli 3.

Tabela 3. ARIMA (2,1) – GARCH (1,1) model sa normalnim rasporedom reziduala

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	1.214683	0.026720	45.45893	0.0000
AR(2)	-0.218819	0.026236	-8.340559	0.0000
MA(1)	-0.980219	0.007173	-136.6513	0.0000
Variance Equation				
C	1.35E-05	1.27E-06	10.70240	0.0000
RESID(-1)^2	0.238617	0.018996	12.56133	0.0000
GARCH(-1)	0.661939	0.021385	30.95270	0.0000

R-squared	0.096693	Mean dependent var	-2.58E-05
Adjusted R-squared	0.094045	S.D. dependent var	0.011596
S.E. of regression	0.011038	Akaike info criterion	-6.412476
Sum squared resid	0.207837	Schwarz criterion	-6.393391
Log likelihood	5495.079	Hannan-Quinn criter.	-6.405413
Durbin-Watson stat	1.962921		

Prema izloženim rezultatima, kretanje prinosa indeksa BIRS najadekvatnije opisuje ARMA (2,1) model:

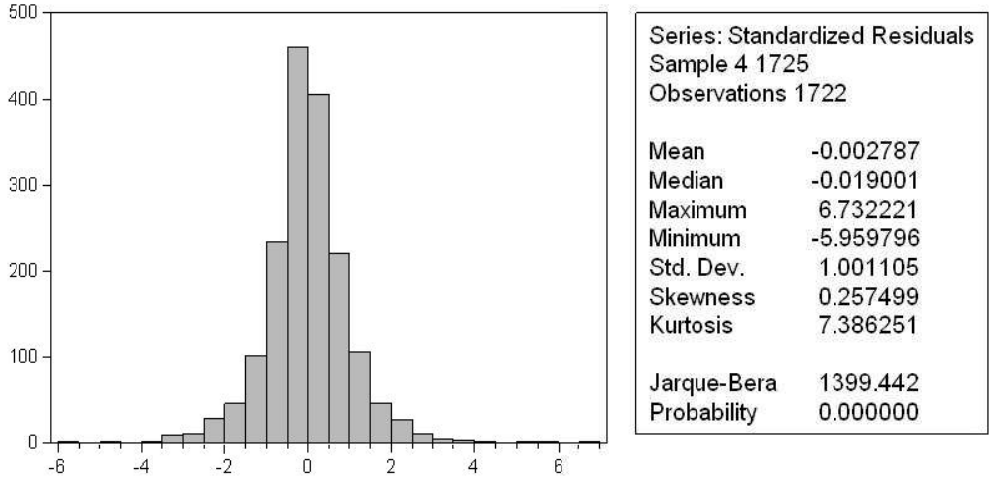
$$y_t = 1{,}2146y_{t-1} - 0{,}2188y_{t-2} \pm 0{,}9802e_{t-1} + e_t.$$

Analizom autokorelacionih koeficijenata i koeficijenata parcijalne autokorelacije standardizovanih reziduala datog modela utvrđeno je da ne postoji autokorelacija u okviru modela te da je navedeni model saglasan sa podacima. Navedena konstatacija potvrđena je formalno na osnovu Ljung-Box Pierce Q (LBQ) test statistike do 10,15. i 20. docnje pri nivou značajnosti od 0.01.

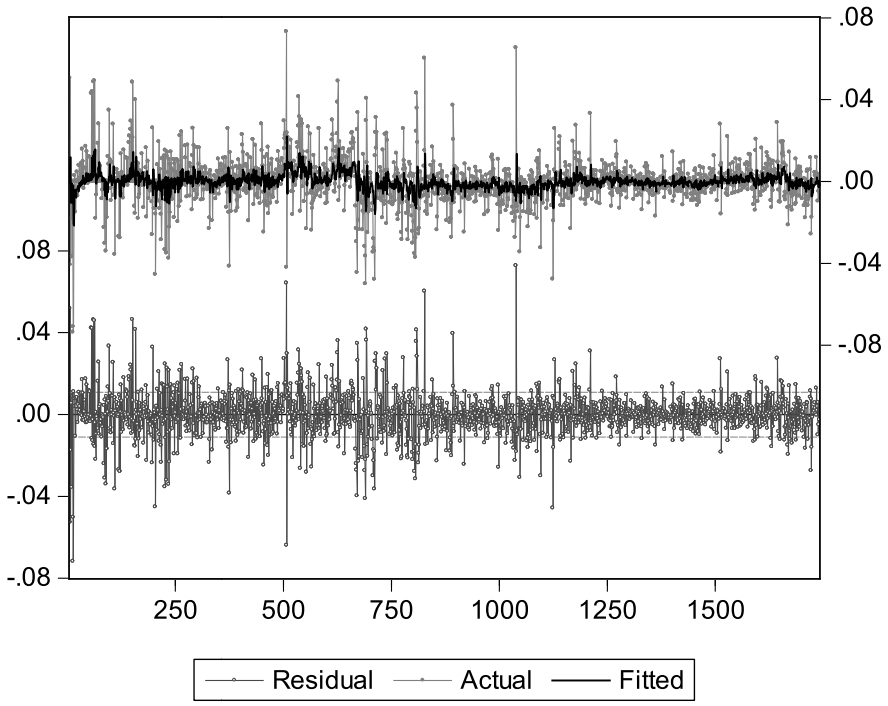
Tabela 4. Testiranje statističke značajnosti autokorelacije standardizovanih reziduala modela

Ljung-Box-Pierce Q test					
Docnja	H	p Vrijednost	α	Statistika	Kritična vrijednost
10	0	0,3662	0.01	10.8888	23.21
15	0	0.3314	0.01	16.7932	30.58
20	0	0.1489	0.01	26.5326	37.57

Slika 4. Raspored standardizovanih reziduala modela ARMA (2,1)

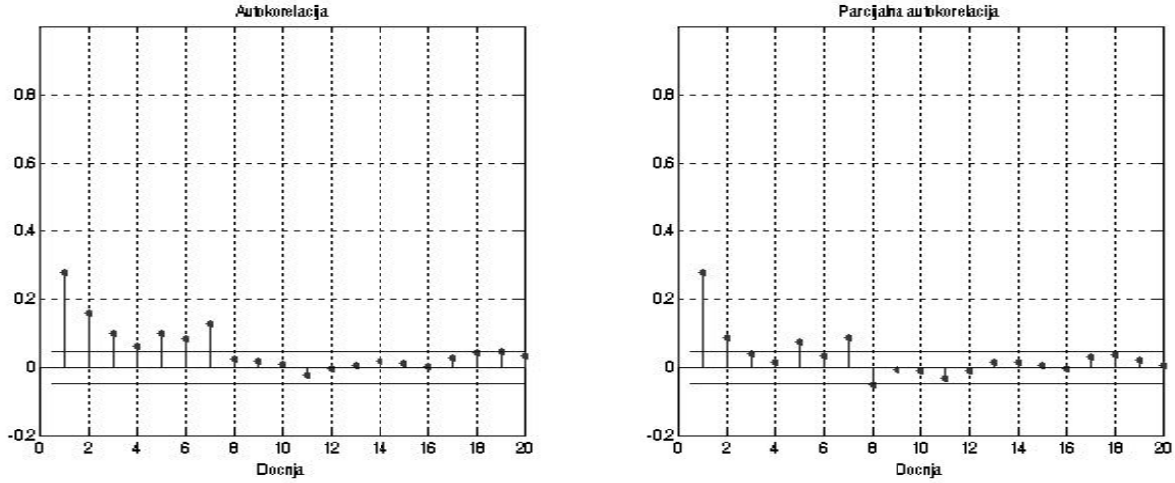


Slika 5. Stvarne i modelom ARMA (2,1) ocijenjene vrijednosti prinosa BIRS-a



Nakon što je izvršena specifikacija modela koji posjeduje najbolja statistička svojstva u opisivanju kretanja vremenske serije prinosa berzanskog indeksa Republike Srpske, analiza je usmjerena na identifikaciju i modeliranje uslovne heteroskedastičnosti u rezidualima. Postojanje uslovnih varijabiliteta prinosa provjereno je razmatranjem korelograma kvadriranih rezidula.

Slika 6. Obična i parcijalna autokorelacija kvadriranih reziduala ARMA modela



Posmatranjem korelograma serije kvadriranih reziduala može se uočiti da su svi autokorelacioni koeficijenti do 6 docnje statistički značajni[19], te da njihove vrijednosti opadaju smanjenim intenzitetom kako se povećava broj perioda vremenskog zaostajanja. Zbog toga se može zaključiti da seriju prinosa indeksa BIRS karakteriše serijska povezanost vrijednosti, odnosno uslovna heteroskedastičnost. Koeficijenti djelimične korelacije, takođe, ukazuju na direktnu povezanost vrijednosti serije, pri čemu statistički najznačajnija povezanost u okviru serije postoji za prvu i drugu docnju. Formalna provjera značajnosti koeficijenata autokorelacije u smislu postojanja osobina uslovne heteroskedastičnosti na osnovu LBQ testa prikazana je u sljedećoj tabeli.

Tabela 5. Testiranje statističke značajnosti autokorelacije u okviru kvadriranih reziduala modela

Ljung-Box-Pierce Q test					
Docnja	H	p Vrijednost	α	Statistika	Kritična vrijednost
10	1	0,0000	0.01	264.2686	23.21
15	1	0.0000	0.01	265.9999	30.58
20	1	0.0000	0.01	276.5726	37.57

[19] Koeficijenti obične i parcijalne autokorelacije statistički su značajni pri nivou značajnosti od 1% ukoliko se nalaze izvan intervala (±0,062).

Na osnovu rezultata prikazanih u tabeli 5, zaključuje se da su vrijednosti kvadriranih reziduala u znatnoj mjeri serijski povezane. Za sve vrijednosti docnji na osnovu LBQ testa ukazuje se sa pouzdanošću od 99% da serija prinosa indeksa posjeduje osobine uslovne heteroskedastičnosti te da je korišćenje modela GARCH za opisivanje kretanja varijanse adekvatno.

Testiranjem različitih specifikacija modela te provjerom njihovih statističkih svojstava u opisivanju varijabiliteta indeksa BIRS identifikovan je model GARCH (1,1) sa normalnim rasporedom reziduala. Struktura ovog modela prikazana je u tabeli 3, a jednačina srednje vrijednosti i varijanse imaju sljedeći oblik:

– jednačina srednje vrijednosti

$$y_t = 1{,}2146y_{t-1} - 0{,}2188y_{t-2} \pm 0{,}9802e_{t-1} + e_t.$$

– jednačina varijanse

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 = 0{,}0000135 + 0.2386\varepsilon_{t-1}^2 + 0.6619\sigma_{t-1}^2 .$$

Svi koeficijenti jednačine uslovne varijanse su visoko statistički značajni, a najveću eksplanatornu vrijednost u okviru modela varijanse ima koeficijent GARCH (β_1), čija t-statistika ima vrijednost 30,95. Upotrebom ARCH testa ustanovljeno je da ne postoji statistički značajna povezanost u okviru serije kvadriranih rezidula (F statistika 1,0108 i p vrijednost 0,4316) te da predstavljeni model adekvatno opisuje kretanje modeliranih podataka.

Tabela 6. ARCH test kvadriranih reziduala modela GARCH (1,1)

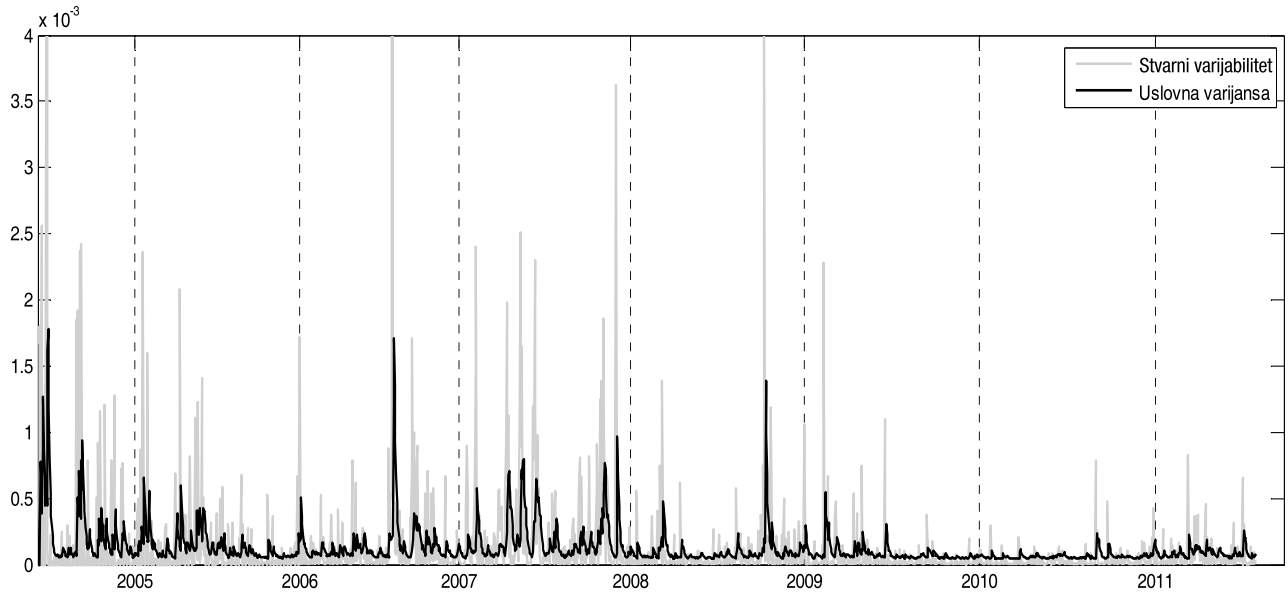
Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	1.010809	Prob. F(10,1717)	0.4316
Obs*R-squared	10.11331	Prob. Chi-Square(10)	0.4306

Vrijednost dugoročne varijanse izračunava se na sljedeći način:[20]

$$var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1-\beta_1)} = \frac{0{,}0000135}{(1-0.2386-0.6619)} = 0{,}000136$$

iznosi 0,0136% dnevno. Vrijednost logaritamske funkcije maksimalne vjerodostojnosti iznosi 5495,07, a kriterijum konvergencije dostignut je nakon 16 iteracija korišćenjem Levenberg-Marquardt algoritma optimizacije.

Slika 7. Uslovna varijansa prema modelu GARCH (1,1) sa normalnim rasporedom reziduala



Da bi se provjerila adekvatnost modela za predviđanje dnevnog varijabiliteta u smislu nepostojanja nestacionarnosti u varijansi - IGARCH upotrebljen je Valdov test ograničenja na zbir parametara. Rezultati ovog testa prikazani su narednoj tabeli i na osnovu njih može se zaključiti da na osnovu p vrijednosti (F statistika 46,76, p=0,00, Hi-kvadrat = 46,76, p=0,00) uz interval pouzdanosti od 99% možemo odbaciti nultu hipotezu o postojanju nestacionarnosti varijanse kao netačnu te da se predstavljeni model može koristiti za predviđanje varijabiliteta.

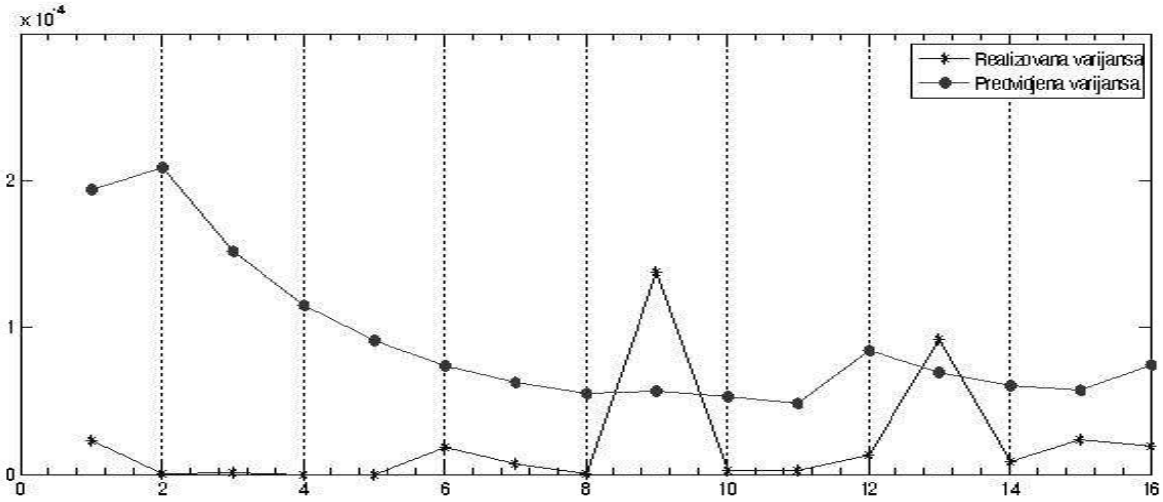
[20] Uz uslov da je zbir koeficijenata ARCH i GARCH manji od 1.

Tabela 7. Test ograničenja na parametre modela GARCH (1,1) sa normalnim rasporedom reziduala

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	46.76376	(1, 1716)	0.0000
Chi-square	46.76376	1	0.0000
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)		Value	Std. Err.
-1 + C(5) + C(6)		-0.100972	0.014765

Na narednoj slici prikazane su predviđene vrijednosti dnevnog varijabiliteta na osnovu modela GARCH (1,1) prema statičkom metodu predviđanja za petnaest radnih dana. Predviđanje varijanse indeksa BIRS izvršeno je metodom najmanje srednje kvadratne greške. Takođe, na slici su prikazane i vrijednosti kvadriranih dnevnih prinosa koje su uzete kao mjera realizovane dnevne volatilnosti indeksa.

Slika 8. Predviđena varijansa modelom GARCH (1,1) sa normalnim rasporedom reziduala i realizovana varijansa BIRS



Vizuelnim pregledom rezultata predviđanja može se uočiti da je predviđena varijansa u određenoj mjeri precijenjena u odnosu na aproksimaciju realizovane volatilnosti. Međutim, precizna evaluacija performansi predviđanja predstavljenog modela izvršiće se tek nakon prezentovanja rezultata modeliranja varijabiliteta indeksa na osnovu istoimenog modela, ali sa t-rasporedom reziduala. Upotreba ovog modela trebalo bi da pruži bolje rezultate u situacijama kada je koncentracija vjerovatnoće ekstremnih vrijednosti veća, što se u našem slučaju upravo može potvrditi vizuelnim pregledom lijevog i desnog kraja distribucije na slici 3. u okviru dijela rada koji se odnosi na podatke. Na osnovu navedenog, u nastavku rada biće prikazani rezultati analize i predviđanja varijabiliteta na osnovu modela GARCH sa t-rasporedom reziduala.

Tabela 8. ARIMA (2,1) – GARCH (1,1) model sa t-rasporedom reziduala

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	1.145268	0.026574	43.09775	0.0000
AR(2)	-0.151491	0.025771	-5.878332	0.0000
MA(1)	-0.977945	0.006236	-156.8126	0.0000
Variance Equation				
C	2.01E-05	4.64E-06	4.331788	0.0000
RESID(-1)^2	0.351764	0.073922	4.758598	0.0000
GARCH(-1)	0.586276	0.049313	11.88898	0.0000
T-DIST. DOF	3.190925	0.323667	9.858677	0.0000
R-squared	0.088482	Mean dependent var		-6.04E-05
Adjusted R-squared	0.085293	S.D. dependent var		0.011597
S.E. of regression	0.011091	Akaike info criterion		-6.566909
Sum squared resid	0.210974	Schwarz criterion		-6.544749
Log likelihood	5661.108	Hannan-Quinn criter.		-6.558710
Durbin-Watson stat	1.824131			

Testiranjem različitih postavki modela uz pretpostavku o navedenom rasporedu reziduala ustanovljeno je da struktura modela prikazana u tabeli 8. posjeduje nabolja statistička svojstva u opisivanju kretanja varijabiliteta indeksa BIRS. Predmetni ARMA (2,1) - GARCH (1,1) model posjeduje sljedeći oblik:

– jednačina srednje vrijednosti:

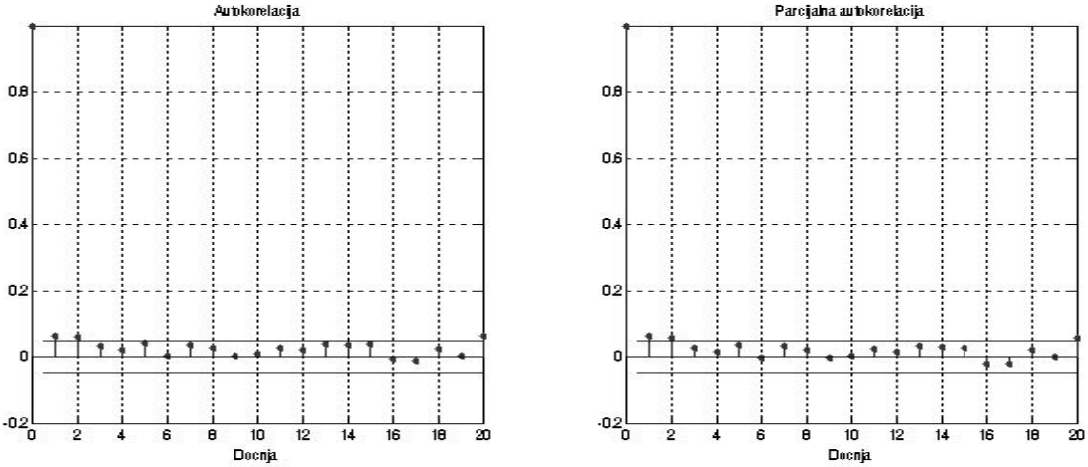
$$y_t = 1{,}1452y_{t-1} - 0{,}1514y_{t-2} \pm 0{,}9779e_{t-1} + e_t\,.$$

– jednačina varijanse:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 = 0{,}00002 + 0.3517\varepsilon_{t-1}^2 + 0.5862\sigma_{t-1}^2\,.$$

Razmatranjem pojedinačnih vrijednosti koeficijenata i odgovarajućih statistika (p=0,0000 za sve koeficijente) može se zaključiti da su svi koeficijenti visoko statistički značajni. Korelaciona struktura standardizovanih reziduala modela ukazuje na odsustvo autokorelacije u okviru ove serije, čime se potvrđuje statistička značajnost jednačine srednje vrijednosti.

Slika 9. Korelogram standardizovanih reziduala



Na osnovu ARCH testa serije kvadriranih reziduala uz interval povjerenja od 99% utvrđeno je da unutar ove serije ne postoji statistički značajna povezanost (F statistika 1,0108 i p vrijednost 0,4316) te da predstavljeni model adekvatno opisuje kretanje modeliranih podataka.

Tabela 9. ARCH test heteroskedastičnosti kvadriranih reziduala

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	1.154097	Prob. F(10,1701)	0.3178
Obs*R-squared	11.53733	Prob. Chi-Square(10)	0.3172

Vrijednost dugoročne varijanse prema GARCH modelu sa t-rasporedom reziduala iznosi:

$$var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1-\beta_1)} = \frac{0{,}0000201}{(1-0.3517-0.5862)} = 0{,}000323\,.$$

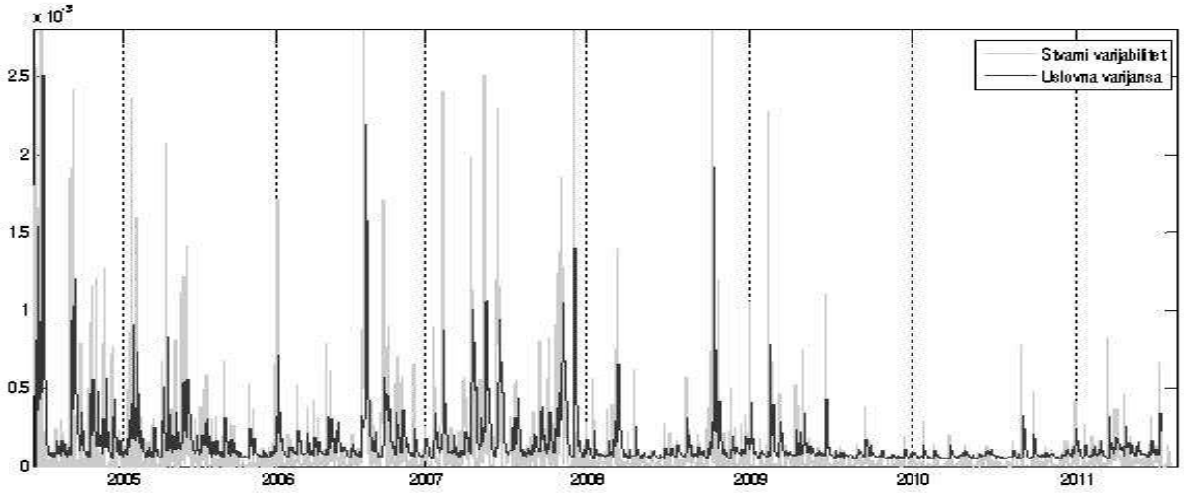
Kriterijum konvergencije postignut je nakon 15 iteracija korišćenjem Levenberg-Marquardt algoritma optimizacije, dok vrijednost logaritamske funkcije maksimalne vjerodostojnosti iznosi 5661,10. Adekvatnost modela za predviđanje vrijednosti dnevnog varijabiliteta potvrđena je Valdovim testom ograničenja na parametre modela (F statistika 243,02 p=0,000, Hi-kvadrat 243,02, p=0,000).

Tabela 10. Test ograničenja na parametre modela GARCH (1,1) sa t-rasporedom reziduala

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	243.0291	(1, 1715)	0.0000
Chi-square	243.0291	1	0.0000
Null Hypothesis Summary:			
Normalized Restriction (= 0)		Value	Std. Err.
C(5) + C(6)		0.938041	0.060172

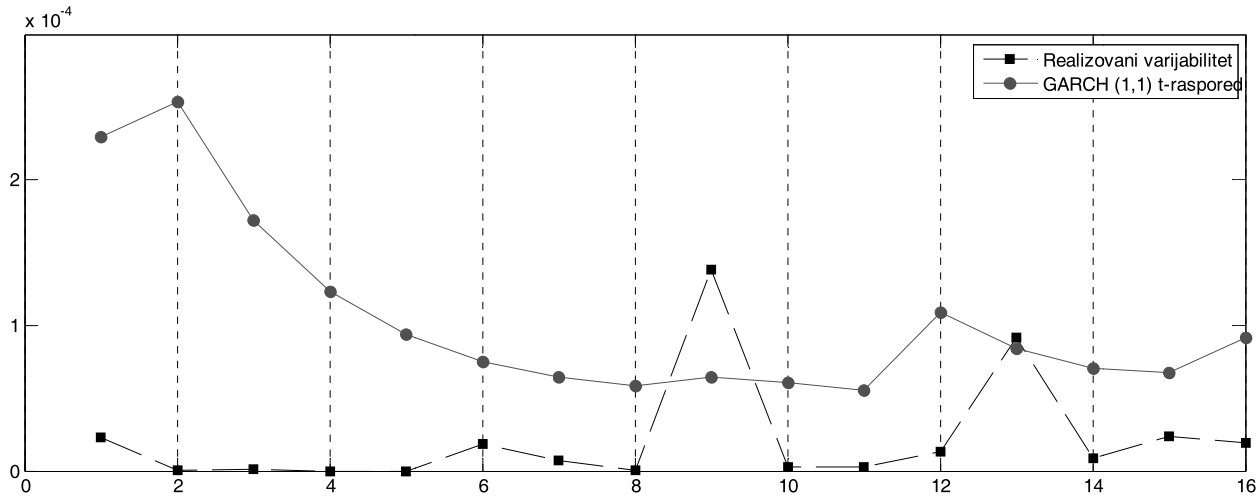
Na sljedećoj slici prikazano je kretanje vrijednosti varijanse generisane na osnovu modela GARCH (1,1) sa t-rasporedom reziduala:

Slika 10. Uslovna varijansa generisana modelom GARCH (2,1) sa t-rasporedom reziduala



Na osnovu grafičkog uslovnog varijabiliteta BIRS može se uočiti da varijansa generisana modelom sa t-rasporedom reziduala posjeduje veću sposobnost obuhvata ekstremnih vrijednosti varijabiliteta u odnosu na model sa normalnim rasporedom reziduala unutar analiziranog uzorka. Na sljedećoj slici prikazane su modelom predviđene i realizovane vrijednosti varijabiliteta BIRS u periodu od 18.7.2011. godine do 05.08.2011.

Slika 11. Predviđena varijansa modelom GARCH (1,1) sa t-rasporedom reziduala i realizovana varijansa BIRS-a



Nakon izlaganja rezultata modeliranja varijabiliteta u okviru uzorka sa ukupno 1725 opservacija i predviđanja njihove vrijednosti za petnaest radnih dana unaprijed, u nastavku rada izloženi su rezultati poređenja dva navedena modela u smislu njihove sposobnosti preciznog predviđanja stvarnih vrijednosti varijabiliteta. Komparacija ovih modela izvršena je na osnovu tri statističke mjere definisane u okviru metodologije rada, a rezultati poređenja prikazani su narednoj tabeli.

Tabela 11. Poređenje modela na osnovu preciznosti predviđanja stvarnog varijabiliteta BIRS-a

	Korijen prosječnog kvadratnog odstupanja			Srednje apsolutno odstupanje			Tijlov koeficijent nejednakosti		
	Vr.%	Rel.	Rang	Vr.%	Rel.	Rang	Vr.	Rel.	Rang
GARCH (1,1) norm. rasp.rez.	0,034	1,00	1	0,0080	1,00	1	0,44	1,00	1
GARCH (1,1) t-rasp. rez.	0,038	0,90	2	0,0087	0,80	2	0,45	0,98	2
Istorijska	0,047	0,72	3	0,0115	69,8	3	0,53	0,83	3

Bilješka: Vrijednost u koloni "Rel. - relativno" predstavlja odnos vrijednosti pokazatelja i lošijeg rezultata (veće vrijednosti pokazatelja).

Shodno rezultatima analize preciznosti predviđanja varijabiliteta BIRS-a, na osnovu sve tri korišćene statističke mjere identifikovan je model uopštene autoregresivne uslovne heteroskedastičnosti sa normalnim rasporedom reziduala kao efikasniji u odnosu na istoimeni model sa t-rasporedom reziduala i istorijsku vrijednost varijanse uzorka, za predviđanje dnevnog varijabiliteta u posmatranom periodu. Ukoliko se sada izvrši poređenje standardnih devijacija definisanih na osnovu modela i istorijske standardne devijacije skupa podataka, može se konstatovati sljedeće:

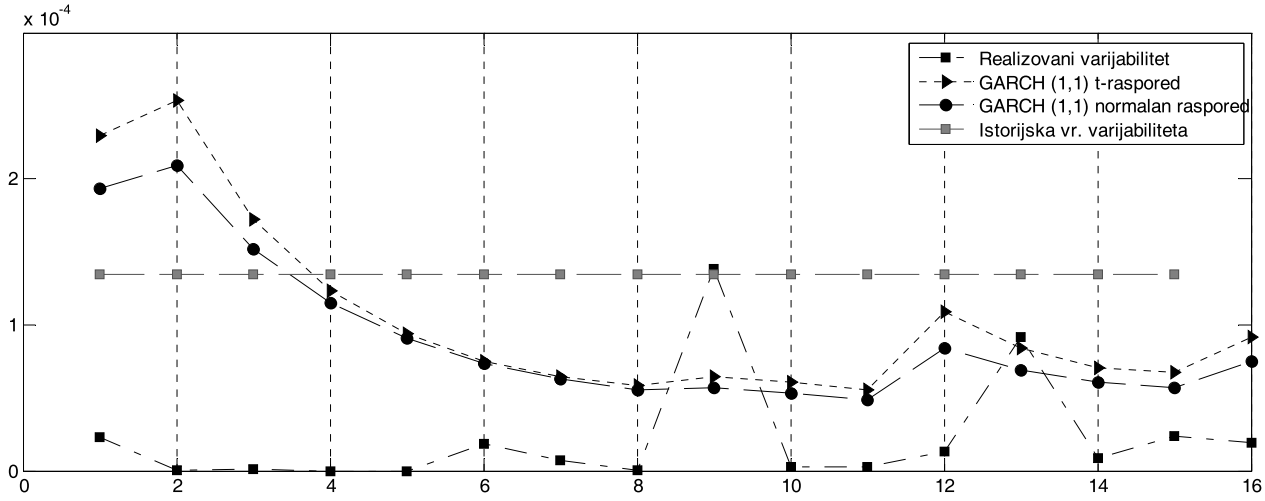
– Prosječne vrijednosti predviđenih standardnih devijacija određenih prema modelu GARCH(1,1) dosta su bolje aproksimacije prosječne stvarne vrijednosti devijacije u odnosu na standardnu devijaciju istorijskih podataka. Navedeno važi zbog toga, što je odstupanje vrijednosti definisanih modelom značajno manje od odstupanja istorijske standardne devijacije od prosječne realizovane u periodu predviđanja kao i zbog inherentne sposobnosti modela da prilagodi svoju aproksimaciju buduće vrijednosti na osnovu tekućih informacija.

- Upotreba standardne devijacije skupa istorijskih podataka značajno precjenjuje vrijednost realizovanog varijabiliteta u periodu posmatranja i njena upotreba u svrhu predviđanja može da pruži nepouzdane procjene vrijednosti varijabiliteta[21] u periodima smanjene volatilnosti na tržištu.

Tabela 12. Poređenje prosječnih vrijednosti predviđanja i istorijske vrijednosti varijabiliteta BIRS-a

BIRS		Apsolutno odstupanje od realizovane vrijednosti	Rang
GARCH (1,1) normalan r.r.	0,9299%	0,445%	1
σ (dugoročna GARCH 1,1)	0,0136%	0,471%	3
GARCH (1,1) t-raspored r.	0,9920%	0,507%	4
σ (dugoročna GARCH 1,1) t-raspored	0,0326%	0,452%	2
Istorijska(standardna devijacija uzorka)	1,1632%	0,675%	5
σ (prosječna realizovana)	0,4850%	-	-

Slika 12. Poređenje performansi predviđanja varijabiliteta BIRS-a



ZAKLJUČAK

Volatilnost prinosa je važna karakteristika finansijske imovine i ključno pitanje za istraživače u finansijskoj ekonomiji i analizi finansijskih tržišta. Cijene akcija i drugih hartija od vrijednosti zavise od očekivane volatilnosti prinosa. Banke i ostale finansijske institucije vrše proračune volatilnosti u cilju nadgledanja njihove izloženosti riziku. Imajući u vidu da do sada nije vršeno značajnije istraživanje iz ove oblasti na finansijskom tržištu Republike Srpske, cilj ovog rada jeste da se karakteristike navedenog tržišta približe investitorima i da se pruži adekvatan metodološki okvir za efikasan način predviđanja varijabiliteta koji bi mogao da pomogne postojećim i potencijalnim investitorima u procesu konstrukcije i rebalansiranja portfolija, te procesu vrednovanja i procjene rizičnosti finansijskih instrumenata prisutnih na ovom tržištu. Ukupno posmatrano rezultati do kojih se došlo u ovom radu mogu se sumirati u sljedećem:

– Raspored prinosa BIRS-a umjereno je asimetričan i dodatno izdužen, odnosno posjeduje spljoštenost manju od normalne.

– Raspored prinosa BIRS-a posjeduje široke krajeve distribucije i kao posljedica toga značajno odstupa od normalnog rasporeda.

– U okviru serije kvadriranih prinosa BIRS utvrđeno je značajno postojanje autokorelacije, a zatim je statističkim testiranjem potvrđeno postojanje uslovne heteroskedastičnosti u okviru drugog momenta serije.

– Zbir vrijednosti koeficijenata ARCH i GARCH u prilagođenim modelima približan je vrijednosti 1, što uzrokuje postojanje značajne rezistentnosti reziduala u okviru uslovne varijanse. Na

[21] Zbog uticaja velikog broja ekstremnih vrijednosti na ovu mjeru disperzije u okviru posmatranog uzorka.

osnovu toga zaključuje se da je osobina grupisanje volatilnosti karakteristična za BIRS.

– Predviđanje dnevnog varijabiliteta u referntnom periodu, statičkim metodom na osnovu modela autoregresivne uslovne heteroskedastičnosti sa normalnim rasporedom reziduala GARCH (1,1) daje preciznije rezultate od istoimenog modela, ali sa t-rasporedom reziduala.

– Navedenim modelom postižu se značajno bolji rezultati predviđanja dnevnog varijabiliteta u odnosu na istorijsku vrijednost varijabiliteta mjerenu standardnom devijacijom skupa analiziranih podataka.

Takođe, neophodno je napomenuti da analiza izvršena u ovom radu sadrži i određena ograničenja u vidu korišćene aproksimacije za realizovanu volatilnost zbog nedostupnosti podataka o unutar dnevnom kretanju vrijednosti indeksa, te korišćenje modela koji ne posjeduju sposobnost obuhvata efekta leveridža. Na kraju, važno je istaći da ova ograničenja mogu da predstavljaju smjernice za buduća istraživanja iz referentne oblasti, pri čemu izloženi rezultati u ovom radu mogu predstavljati solidnu osnovu za postizanje boljih rezultata u procesu modeliranja i predviđanja varijabiliteta indeksa BIRS.

IZVORI

1. Davidson, R., MacKinnon, G. J. (2006), *Econometric theory and methods*, Oxford University Press,New York.
2. Defusco, R., McLeavey, D., Pinto, J., Runkle, D. (2004), *Quantitative investment analysis*, 2nd edition, CFA Institute.
3. Engle, R. F., Mc Fadden, D. L. (1994), *Handbook of Econometrics*, Elsevier Science B.V.
4. Hull, C. J. (2006), Options, *Futures and other Derivates*, 6th edition, Prentice Hall, New Jersey.
5. Jovičić, M. (2002), *Ekonometrijski metodi*, Ekonomski fakultet, Beograd.
6. Mladenović, Z., Nojković, A. (2008), *Analiza vremenskih serija: primeri iz srpske privrede*, Ekonomski fakultet Beograd.
7. Mladenović, Z., Petrović, P. (2007), *Uvod u ekonometriju*, Ekonomski fakultet Beograd.
8. Tsay, R. (2002), *Analysis of financial time series*, John Wiley and Sons.
9. Žižić, M., Lovrić, M., Pavličić, D. (2004), *Osnovi statističke analize*, Ekonomski fakultet Beograd.
10. Bollerslev, T. (1987), *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, Review of Economics and Statistics, Vol. 69, str. 542–547.
11. Bollerslev, T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,* Journal of Econometrics, Vol. 31, 1986, str. 307–327.
12. Bollerslev, T., R. Y. Chou and K. F. Kroner (1992), *ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence*, Journal of Econometrics, Vol. 52, 1992, str. 5–59.
13. Engle, R. F. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, Econometrica, Vol. 50, str. 987–1007.
14. Bollerslev, T. (2007), *Glossary to ARCH (GARCH)*, CREATES working paper No. 2008-19.
15. Bollerslev, T., Andersen, T., Diebold, F. (2002) *Parametric and non parametric volatility measurements*, PIER working paper, No. 02-019.
16. Bollerslev, T., Andersen, T., Diebold, F., Christofsen, P. (2005), *Practical volatility and correlation modeling for market risk management*, PIER working paper No. 05-007.
17. Komisija za formiranje i reviziju Berzanskog indeksa Republike Srpske (2011), Metodologija za formiranje, računanje i reviziju, Banjalučka berza, str. 1.
18. Latković, M. (2001), *Upravljanje rizicima: identifikacija, mjerenje i kontrola*, HAGENA, Zagreb.
19. Banjalučka berza hartija od vrijednosti: www.blberza.com

Summary

This paper discusses theoretical-empirical aspects of variability of stock index prediction of Republic of Srpska (BIRS) based on the model of autoregressive conditional heteroscedasticity (eng. GARCH). What distinguishes this work compared to previous studies of financial market in Republic of Srpska, which are largely descriptive in nature, is its quantitative character which with the use of statistical tests and econometric model provides a practical basis to individual and institutional investors and other stakeholders to actively participate in it and empirically verifiable facts of the features of this market.

Key words: *variability, Stock Exchange Index of Republic of Srpska, GARCH model.*